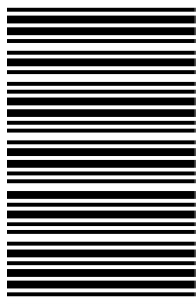


کد کنترل

121

A



121A



ریاست جمهوری

صبح پنجشنبه ۱۴۰۳/۰۴/۲۱
دفترچه شماره ۱

سازمان ملی نجش و ارزشیابی نظام آموزش کشور

در زمینه مسائل علمی باید دنبال قله بود.
مقام معظم رهبری (مدظله العالی)

آزمون اختصاصی (سراسری) ورودی دانشگاه‌ها و مؤسسات آموزش عالی

نوبت دوم - تیرماه ۱۴۰۳

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.
این آزمون، نمره منفی دارد.

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول زیر، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره سندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچه سؤالات تأیید می‌نمایم.

امضا:

۱- اگر $x+1$ ، $x-1$ ، $2x+1$ و x به ترتیب جملات چهارم، پنجم، هفتم و هشتم یک دنباله هندسی باشند، حاصل ضرب مقادیر ممکن برای قدرنسبت این دنباله، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

۲- در خصوص گزاره منطقی $((p \Rightarrow q) \wedge r) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$ ، کدام مورد صحیح است؟

- (۱) همواره درست است. (۲) همواره نادرست است.

(۳) تنها وقتی درست است که p درست باشد. (۴) تنها وقتی درست است که q نادرست باشد.

۳- اگر بزرگ‌ترین بازه‌ای که نمودار تابع $y = -5x^2 + ax - 8$ در آن اکیداً صعودی است، بازه $(-\infty, 2/5]$ باشد، عرض رأس سهمی کدام است؟

- (۱) $13/75$ (۲) $14/25$ (۳) $23/25$ (۴) $24/75$

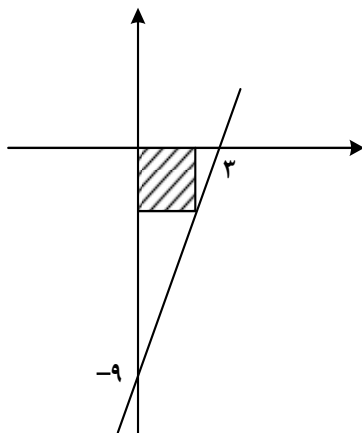
۴- اگر $r(x)$ باقیمانده تقسیم $2 - x^{14}$ بر $x^2 + x + 1$ باشد، مجموع ضرایب چندجمله‌ای $r(x)$ کدام است؟ ($x \neq 1$)

- (۱) صفر (۲) -۱ (۳) -۲ (۴) ۴

۵- برای چند مقدار صحیح m ، هر دو ریشه معادله $2x^2 + 7x + m = 0$ بزرگ‌تر از -۳ است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴) صفر

۶- در شکل زیر، قطر مربع هاشورخورده، کدام است؟



(۱) $2/5\sqrt{2}$

(۲) $3/5\sqrt{2}$

(۳) $\frac{9}{2\sqrt{2}}$

(۴) $\frac{9}{\sqrt{2}}$

محل انجام محاسبات

۷- در یک مستطیل، نقاط $A(5, 2)$ و $C(4, -1)$ دو رأس غیرمجاور و دو رأس B و D روی خط $x - 3y = 3$ واقع اند. اختلاف طول نقاط B و D کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) ۱ (۴) $\frac{1}{5}$

۸- ضابطه تابع قطعه‌ای f به صورت $f(x) = \begin{cases} x^2 - x - 7 & x \geq 1 \\ 2x - 1 & x < 1 \end{cases}$ است، برای چند مقدار a $f(1 - |a|) = f(2 + |a|)$ است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

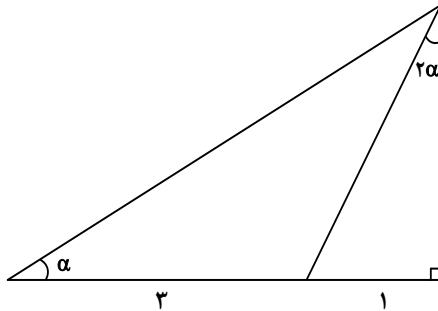
۹- نمودار تابع $f(x) = \sqrt{1 - \sqrt{1 + x}}$ ، در چند نقطه تابع وارون خود را قطع می‌کند؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۰- اگر $\log(2 - x) - \log \frac{1}{(x - 2)^2} = 3$ باشد، مقدار $\log \sqrt{2}(-x)$ کدام است؟

- (۱) -۶ (۲) ۶ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $-\frac{1}{4}$

۱۱- در شکل زیر، مقدار $\cos 2\alpha$ کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{4}$
(۲) $\frac{3}{4}$
(۳) $\frac{3}{5}$
(۴) $\frac{4}{5}$

۱۲- اگر $3 \sin^2 x + a \cos^2 x = 4$ باشد، $\cot^2 x$ با کدام مورد برابر است؟

- (۱) $\frac{1}{a - 4}$ (۲) $\frac{1}{4 - a}$ (۳) $\frac{1}{a - 3}$ (۴) $\frac{1}{3 - a}$

محل انجام محاسبات

۱۳- در مثلث ABC ، اگر $\tan(B-C) = \sqrt{3}$ باشد، حاصل عبارت $\frac{1-2\cos(B+C)}{4\sin B \cos C}$ کدام است؟

(۱) -۱ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\tan B$ (۴) $\tan C$

۱۴- تعداد جواب‌های معادله $\cos(2x - \frac{\pi}{4}) + \cos(x + \frac{\pi}{4}) = 0$ در بازه $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۵- اگر $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a + \sqrt{(bx+1)(cx+1)}}{x} = 2$ باشد، مقدار $\frac{b}{a} + \frac{c}{a}$ کدام است؟

(۱) -۲ (۲) -۴ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{4}$

۱۶- برای چند مقدار a ، تابع $f(x) = \frac{3x^2 - 8x - 3}{ax^2 + (1-a)x + a + 1}$ یک مجانب قائم دارد؟

(۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۷

۱۷- به ازای مقادیر طبیعی c ، تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 - 2x + 1} & |x| \leq c \\ ax^2 + bx + 2 & |x| > c \end{cases}$ روی مجموعه اعداد حقیقی پیوسته است. کدام

می‌تواند مقدار $\left[\frac{a}{b}\right]$ باشد؟

(۱) -۱ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) -۴

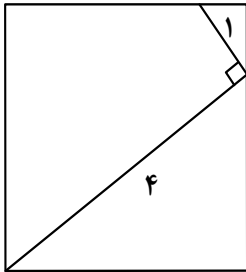
۱۸- اگر $f(x) = \frac{\lambda + \cos^3 x}{4 - \cos^2 x}$ و $g(x) = \frac{2}{2 - \cos x}$ باشد، حاصل عبارت $f'(\frac{7\pi}{6}) - 2g'(\frac{7\pi}{6})$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

محل انجام محاسبات

- ۱۹- به ازای چند مقدار صحیح m تابع $f(x) = \begin{cases} b & x < a \\ b + (x-a)^m & x \geq a \end{cases}$ دارای نقطه گوشه‌ای است؟
- (۱) صفر (۲) بیش از ۲ (۳) ۲ (۴) ۱
- ۲۰- تابع f با ضابطه $f(x) = \sqrt{x(1-|x|)}$ را در نظر بگیرید. اگر m و n به ترتیب تعداد نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی و k تعداد نقاط بحرانی تابع f باشند، مقدار $m+n+k$ کدام است؟
- (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴) ۳
- ۲۱- رضا می‌خواهد کتاب ریاضی و ۵ کتاب درسی دیگرش را روی هم بچیند. در چند حالت مختلف هنگام چیدن کتاب‌ها، کتاب‌های بیشتری بالای کتاب ریاضی قرار می‌گیرد؟
- (۱) ۳۶۰ (۲) ۳۰۰ (۳) ۲۴۰ (۴) ۲۰۰
- ۲۲- سکه‌ای را پرتاب می‌کنیم. اگر «رو» بیاید، ۲ سکه پرتاب کرده و اگر «پشت» بیاید، ۳ سکه را پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال همه سکه‌ها یکسان ظاهر می‌شوند؟
- (۱) $\frac{3}{12}$ (۲) $\frac{3}{16}$ (۳) $\frac{5}{12}$ (۴) $\frac{5}{16}$
- ۲۳- میانگین دسته اول با ۵ داده مختلف برابر میانگین دسته دوم با ۶ داده است، به طوری که تنها داده متفاوت بین دو دسته، داده a است. اگر واریانس دسته اول $\frac{2}{3}$ از واریانس دسته دوم بیشتر باشد، واریانس دسته اول کدام است؟
- (۱) ۱ (۲) $\frac{2}{25}$ (۳) ۴ (۴) $\frac{6}{25}$
- ۲۴- در جریان یک مسابقه بازیکن A دو پنالتی می‌زند. این بازیکن با احتمال ۶۰ درصد پنالتی اول را گل می‌کند، در این صورت احتمال گل شدن پنالتی دوم ۸۰ درصد و در غیر این صورت ۳۰ درصد خواهد بود. با کدام احتمال وضعیت گل شدن دو پنالتی متفاوت است؟
- (۱) $\frac{7}{44}$ (۲) $\frac{7}{24}$ (۳) $\frac{7}{6}$ (۴) $\frac{7}{3}$
- ۲۵- برای کدام گزاره، می‌تون مثال نقض ارائه کرد؟
- (۱) هر چهارضلعی که قطرهای یکدیگر را نصف کنند، متوازی‌الاضلاع است.
 (۲) اندازه میانه‌های وارد بر اضلاع مساوی در هر مثلث، با هم برابرند.
 (۳) هر چهارضلعی با قطرهای برابر و عمود بر هم، مربع است.
 (۴) نیمسازهای زاویه‌های داخلی هر مثلث هم‌رسند.

۲۶- مساحت مربع شکل زیر، چقدر است؟



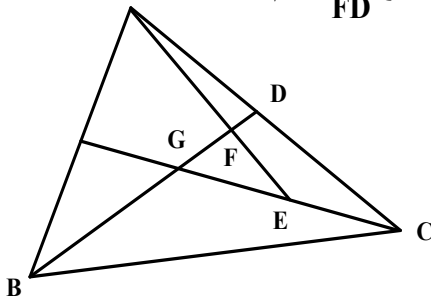
۱) $13/31$

۲) $7/29$

۳) $8/41$

۴) $10/24$

۲۷- در شکل زیر، G مرکز ثقل مثلث ABC است. اگر $GE = EC$ باشد، مقدار $\frac{BD}{FD}$ کدام است؟



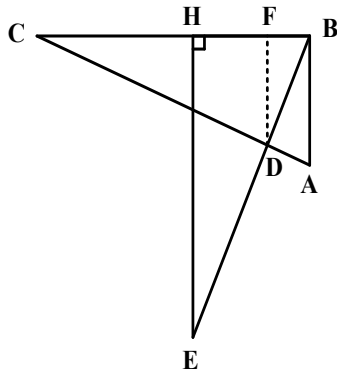
۱) ۹

۲) ۸

۳) ۶

۴) ۵

۲۸- در شکل زیر، دو مثلث ABC و BEH همنهشت هستند. اگر $AB = 4$ ، $EH = 8$ و $DF \parallel EH$ باشد، اندازه BF کدام است؟



۱) $1/4$

۲) $1/6$

۳) $2/4$

۴) $2/6$

۲۹- مماس‌های رسم‌شده بر دو دایره متقاطع در نقطه تقاطع دو دایره، بر هم عمودند. اگر شعاع دایره کوچک‌تر $1/5$ و

فاصله بین مراکز دو دایره $2/5$ باشد، شعاع دایره بزرگ‌تر، کدام است؟

۲ (۴)

۳ (۳)

$\sqrt{5}$ (۲)

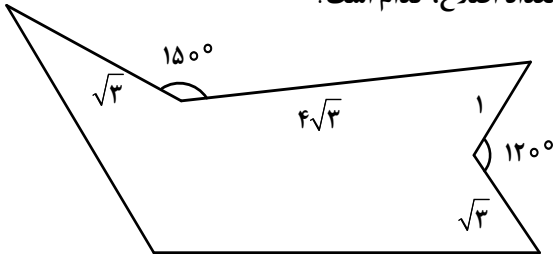
$\sqrt{3}$ (۱)

محل انجام محاسبات

۳۰- در مثلث ABC ، $BC = 10$ ، نقطه D وسط BC و DE و DF به ترتیب نیمساز زوایای $\hat{A}DC$ و $\hat{A}DB$ هستند. اگر $AF = 12\sqrt{2}$ و $BF = 3\sqrt{2}$ باشد، طول نیمساز DE کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) $\sqrt{7}$ (۴) $2\sqrt{7}$

۳۱- میزان افزایش مساحت شکل زیر، بدون تغییر در محیط و تعداد اضلاع، کدام است؟



- (۱) ۱۵
(۲) ۹
(۳) $7/5$
(۴) $4/5$

۳۲- اگر $A^{-1} = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ و $2I - 3A^{-1}B^{-1} = \begin{bmatrix} -2 & -4 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه‌های قطر اصلی ماتریس $2A - 3B^{-1}$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) -۴

۳۳- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه‌های A^2 چند برابر مجموع درایه‌های A است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) -۳ (۴) ۳

۳۴- خط $x = -\frac{5}{4}$ خط هادی سهمی به معادله $3y^2 - 3x - ay = 0$ است. اختلاف مقادیر a کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴) ۴

۳۵- مساحت مثلثی برابر ۶۴ و مختصات وسط اضلاع آن نقاط $A(3, a, b)$ ، $B(-1, -a, b)$ و $C(5, -4, b)$ هستند. طول ضلع AB کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) $2\sqrt{10}$ (۲) $4\sqrt{10}$ (۳) $4\sqrt{2}$ (۴) $10\sqrt{2}$

محل انجام محاسبات

- ۳۶- عدد صحیح a مضرب ۸ و باقیمانده تقسیم آن بر ۲۳ برابر ۵ است. باقیمانده تقسیم $\frac{a}{4}$ بر ۲۳ کدام است؟
- (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۱۳ (۴) ۱۹
- ۳۷- در چند زیرمجموعه از مجموعه $\{12, 13, 15, 18, 23, 24, 25, 26\}$ حاصل ضرب کوچک ترین و بزرگ ترین عضو، مضرب ۱۵ است؟
- (۱) ۵۹ (۲) ۶۰ (۳) ۶۱ (۴) ۶۲
- ۳۸- به ازای برخی مقادیر طبیعی n ، معادله سیاله $57x + 133y = 22n - 1$ دارای جواب است. مجموع ارقام کوچک ترین عدد دو رقمی n ، کدام است؟
- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۳ (۴) ۴
- ۳۹- حداقل چند عضو از مجموعه $\{14, 15, 16, \dots, 20, 22, 23, 24, \dots, 28\}$ انتخاب کنیم تا به طور قطع، لااقل سه عضو انتخاب شده، اعداد متوالی باشند؟
- (۱) ۱۲ (۲) ۱۱ (۳) ۱۰ (۴) ۹
- ۴۰- در گراف G ، $\Delta(G) + 2\delta(G) = 17$ ، $\Delta(\bar{G}) - \delta(\bar{G}) = 2$ و G با حداقل تعداد رأس رسم شده است. اگر \bar{G} همبند باشد، بیشترین تعداد یال های گراف G ، کدام است؟
- (۱) ۳۰ (۲) ۲۸ (۳) ۲۶ (۴) ۲۴

محل انجام محاسبات